процеси, які вони автоматизують. Реалізація – природно – сильно різниться, і саме це дає можливість співіснувати на одному ринку більш, ніж сотні різних продуктів.

## РОЗРОБКА ОПТИМАЛЬНОЇ СТРАТЕГІЇ ВИКОРИСТАННЯ РЕСУРСІВ ПІДПРИЄМСТВ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

***Токар К.В.***
*Науковий керівник –* ***Штельма О.М., ст. викладач***

При вирішенні задачі оптимального використання ресурсів в міському господарстві можна використовувати теорію двоїстості. Кожній задачі лінійного програмування поставити у відповідність іншу задачу лінійного програмування, яку називають ***двоїстою*** по відношенню до даної задачі.

Розглянемо задачу виробничого планування. План виробництва $\overline{x}^T = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ складається з умови *максимізації загальної вартості продукції* (прибутку)
$$y(\overline{x}) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max_{x_j \in \Omega}$$
при обмеженнях на використання ресурсів
$$\Omega : \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, i = \overline{1, m}; \\ x_j \ge 0, \ j = \overline{1, n}. \end{cases}$$

За даними задачі формуємо іншу економічну задачу. Припустимо, підприємству дозволено продавати всі ресурси. Виникає необхідність встановити оптимальні ціни на ресурси:1) покупець ресурсів прагне мінімізувати їхню загальну вартість $d(\overline{z}) \to \min$ ; 2) з в іншому випадку йому вигідніше переробити ці ресурси. Наведене формулювання дозволяє одержати наступну математичну модель: мінімізувати загальну вартість всіх ресурсів
$$d(\overline{z}) = \sum_{i=1}^{m} b_i z_i \to \min_{\tilde{o}_j \in \Omega}$$
при умовах
$$\Omega : \begin{cases} \sum_{i=1}^{m} a_{ji} z_i \ge c_j, \ j = \overline{1, n}; \\ z_i \ge 0, i = \overline{1, m}. \end{cases}$$

В докладі розглянуто задачу оптимального використання ресурсів кондитерської фабрики, яка випускає два види цукерок Умка і Ведмедик.

Позначимо $\vec{x} = (x_1, x_2)$ план виробництва цукерок Умка і Ведмедик.

Математична модель задачі матиме вигляд:

$$y(\overline{x}) = 7x_1 + 2x_2 \to \max_{\bar{x} \in \Omega}$$

$$\Omega: \begin{cases} x_1 + x_2 \le 1; \\ 5x_1 + x_2 \le 3; \\ 3x_1 + x_2 \le 3 \\ 2x_1 + x_2 \le 4; \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Вирішимо задачу симплекс-методом. Оптимальний план виробництва: 0,5 т цукерок Умка, 0,5 т цукерок Ведмедик, макс. прибуток складе 4,5 тис. грн.

Сформулюємо двоїсту задачу до даної:

$$d(\overline{z}) = z_1 + 3z_2 + 3z_3 + 4z_4 \to \min_{\bar{x} \in \Omega}$$

$$\Omega: \begin{cases} z_1 + 5z_2 + 3z_3 + 2z_4 \ge 7 \\ z_1 + z_2 + z_3 + z_4 \ge 2 \\ z_i \ge 0, \ i = \overline{1,4}; \end{cases}$$

У двоїстій задачі треба знайти оптимальні ціни $z_1, z_2, z_{3,} z_4$ за сировину і мінімізувати загальну вартість всієї сировини $d(\overline{z}) \to \min\limits_{\bar{x} \in \Omega}$. Так як вихідна задача розв'язана симплекс методом, то рішення двоїстої задачі може бути знайдено за допомогою формули

$$\overline{z}' = \overline{c}' A^{-1}$$

$$\overline{z}' = \overline{c}' A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,75 & 1,25 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Оптимальне рішення $\overline{z}' = [0,75 \ \ 1,25 \ \ 0 \ \ 0]$ $d(\overline{z}) = 4,5$. Найбільш дефіцитною є какао, для якої подвійна оцінка $z_3 = 1,25$ Менш дефіцитна сировина цукор, для якої $z_1 = 0,75$. Зовсім недефіцитною є патока та карамель, $z_2 = 0$, $z_4 = 0$.